Übungsaufgabe Cornelsen (1)

1 $p_b(x) = -x^2 + 2bx - 6x + 6b - 7 = -x^2 + (2b-6)x + 6b - 7$

a) $x_S = -\frac{b}{2a} = \frac{-(2b-6)}{2\cdot(-1)} = b - 3$

$p_b(x_S) = -(b-3)^2 + (2b-6)(b-3) + 6b - 7$

$= -b^2 + 6b - 9 + 2b^2 - 6b - 6b + 18 + 6b - 7$

$= b^2 + 2$; $S(b-3 \mid b^2+2)$

b) $B(-7|6)$:

$-49 + 2b\cdot(-7) - 6\cdot(-7) + 6b - 7 = 6$

$\Leftrightarrow -49 - 14b + 42 + 6b - 7 = 6 \Leftrightarrow b = -2{,}5$

c) $y = -x^2 + \underbrace{(2b-6)}_{\mathrm{I}}x \underbrace{+ 6b - 7}_{\mathrm{II}}$

$y = -x^2 \quad - 8x \quad - 13$

Vergleich der Koeffizienten

$\mathrm{I}: 2b - 6 = -8 \Leftrightarrow b = -1$

$\mathrm{II}: 6b - 7 = -13 \Leftrightarrow b = -1$

} beide passen

d) $A(-3|2) \in G(p_a)$:

$p_a(-3) = -(-3)^2 + 2b(-3) - 6(-3) + 6b - 7$

$= -9 - 6b + 18 + 6b - 7 = 2 = y_A \Rightarrow$ Beh. ok.

e) $g(x) = 3x + 13{,}25 = p_a(x) = -x^2 + 2bx - 6x + 6b - 7$

$\Leftrightarrow -x^2 + (2b-9)x + 6b - 20{,}25 = 0$

Berühren: $D = (2b-9)^2 - 4\cdot(-1)(6b - 20{,}25) = 0$

$\Leftrightarrow 4b^2 - 12b = 0 \Rightarrow b_1 = 0$; $b_2 = 3$

$x_B = -\frac{b}{2a} = \frac{-(2b-9)}{2\cdot(-1)} = b - 4{,}5$

Für $b = 0$

$x_B = 0 - 4{,}5 = -4{,}5$

$g(-4{,}5) = 3\cdot(-4{,}5) + 13{,}25$

$\Rightarrow B_0(-4{,}5 \mid -0{,}25)$

Für $b = 3$

$x_B = 3 - 4{,}5 = -1{,}5$

$g(-1{,}5) = 3\cdot(-1{,}5) + 13{,}25$

$B_3(-1{,}5 \mid 8{,}75)$

Übungsaufgabe Cornelsen (2)

1f) $y = -x^2 - 8x - 13$; $P(-3|2)$

Geradenbüschel: $g_k(x) = k(x+3) + 2 = kx + 3k + 2$

$-x^2 - 8x - 13 = kx + 3k + 2 \Leftrightarrow x^2 + (8+k)x + 3k + 15 = 0$

$D = (8+k)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (3k+15) = 0$

$\Leftrightarrow k^2 + 4k + 4 = 0 \Leftrightarrow (k+2)^2 = 0 \Rightarrow \underline{k = -2}$

$g_{-2}(x) = -2(x+3) + 2$ bzw. $\underline{g_{-2}(x) = -2x - 4}$

Alternativ:

Mit allgemeiner Gerde $y = mx + t$

$-x^2 - 8x - 13 = mx + t \Leftrightarrow x^2 + (8-m)x + 13 - t = 0$

Wenn m und t passend sind, dann ist $D = 0$

und die x-Koordinate des Berührpkts $x_B = \frac{-b}{2a}$

Also $x_B = -3 = \frac{-(8-m)}{2} \Leftrightarrow \frac{m}{2} - 4 = -3 \Leftrightarrow \underline{m = -2}$

$B(-3|2)$ in $y = mx + t$ mit $m = -2$

$\Leftrightarrow t = y - mx = 2 - (-2) \cdot (-3) \Leftrightarrow \underline{t = -4}$

$\underline{y = -2x - 4}$ ist Tangentengleichung

---

2. $f_a(x) = 3ax^2 + x - 3a + 1$; $a \in \mathbb{R}$

a) $S(0|2)$: $f_a(0) = 2 \Rightarrow -3a + 1 = 2 \Leftrightarrow \underline{a = -\frac{1}{3}}$

b) $N(-1|0)$: $f_a(-1) = 0 \Leftrightarrow 3a - 1 - 3a + 1 = 0 \Leftrightarrow 0 = 0$ (w)

$\Rightarrow$ Jedes a passt ; $N(-1|0)$ ist gemeinsamer P.

c) $-x - 3a = 3ax^2 + x - 3a + 1 \Leftrightarrow 3ax^2 + 2x + 1 = 0$

$D = 4 - 4 \cdot 3a \cdot 1 = 0 \Leftrightarrow 4 - 12a = 0 \Leftrightarrow \underline{a = \frac{1}{3}}$